2.3.3 Teplota plynu z hlediska molekulové fyziky

Při zvýšení teploty vzroste rychlost molekul a tím i kinetická energie plynu $\Rightarrow$ měl by existovat vztah mezi teplotou a střední kvadratickou rychlostí.

Kinetická energie „průměrně rychlé molekuly“ = střední kinetická energie $E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2$

(m_0 - hmotnost molekuly)

Vnitřní energie plynu se zvyšuje s teplotou $\Rightarrow$ E_0 jde spočítat i pomocí teploty $\Rightarrow$

$E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{3}{2} kT$ (vztah, který nebudeme odvozovat)

$k = 1,38.10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$ **Boltzmannova konstanta**

Postřeh: Pravá strana nezávisí na druhu plynu $\Rightarrow$ při stejné teplotě mají všechny plyny stejnou střední kinetickou energii.

Př. 1: Rozhodni zda budou při stejné teplotě plyny také stejnou střední kvadratickou rychlost.

liší se hodnoty m_0 $\Rightarrow$ různě těžké plyny budou mít různou v_k (lehčí plyny mají vyšší v_k)

Př. 2: Odvoď z uvedené rovnosti vztah pro střední kvadratickou rychlost.

$$\frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{3}{2} kT \qquad v_k^2 = \frac{3kT}{m_0} \qquad v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

Př. 3: Urči střední kvadratickou rychlost molekul O_2 při teplotě 0°C.

$\mathrm{O_2}$..........32 g/mol

0,032kg.........6,02.10^{23}částic

x kg.........1částice

$$x = \frac{1}{6,02.10^{23}}.0,032 \qquad m_o = 5,31 \cdot 10^{-26}\ \mathrm{kg}$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38.10^{-23} \cdot 273,1}{5,31 \cdot 10^{-26}}}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 462\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Př. 4: Urči střední kvadratickou rychlost molekul H_2 při teplotě 0°C.

$\mathrm{H_2}$..........2 g/mol

0,002kg.........6,02.10^{23}částic

x kg.........1částice

$$x = \frac{1}{6,02.10^{23}}.0,002 \quad m_o = 3,32 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38.10^{-23} \cdot 273,1}{3,32 \cdot 10^{-27}}}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 1846\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Postřeh: Rychlost molekul vodíku je znatelně vyšší než molekul kyslíku $\Rightarrow$ větší pravděpodobnost, že nějaká molekula dosáhne rychlosti nutné k úniku do vesmíru $\Rightarrow$ na

Zemi se nevyskytuje plynný vodík (unikl do vesmíru). Jupiter si udržel i vodík (je těžší a úniková rychlost z jeho povrchu je podstatně větší), Měsíc ani kyslík (je lehčí a má menší únikovou rychlost).

Př. 5: Urči střední kinetickou energii molekuly ideálního plynu při teplotě 25°C.

První pohled: zdá se, že nám chybí hmotnost molekuly do vztahu: $E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2$, ale pozor: vztah je možné dopsat $E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{3}{2} kT$. Pravá strana výrazu neobsahuje žádné údaje specifické pro konkrétní plyn $\Rightarrow$ dosadíme: $T = 273{,}15 + 25\,\mathrm{K} = 298{,}15\,\mathrm{K}$

$$E_0 = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1{,}38.10^{-23} \cdot 298{,}15\,\mathrm{J} = 6{,}2 \cdot 10^{-21}\,\mathrm{J}$$

Molekula ideálního plynu má při teplotě 25°C střední kinetickou energii $E_0 = 6{,}2 \cdot 10^{-21}\,\mathrm{J}$.

Př. 6: Urči poměr středních kvadratických rychlostí kyslíku a vodíku při stejné teplotě. Výsledek ověř pomocí výsledků z příkladů 3 a 4.

Zapíšeme si poměr s vodíkem nahoře (má větší rychlost) a upravujeme:

$$n = \frac{v_{k(H_2)}}{v_{k(O_2)}} = \frac{\sqrt{\frac{3kT}{m_{0(H_2)}}}}{\sqrt{\frac{3kT}{m_{0(O_2)}}}} = \sqrt{\frac{m_{0(O_2)}}{m_{0(H_2)}}}$$

Dosadíme: $m_{0(O_2)} = \frac{M(O_2)}{N_A}$, $m_{0(H_2)} = \frac{M(H_2)}{N_A}$

$n = \sqrt{\frac{m_{0(O_2)}}{m_{0(H_2)}}} = \sqrt{\frac{\frac{M(O_2)}{N_A}}{\frac{M(H_2)}{N_A}}} = \sqrt{\frac{M(O_2)}{M(H_2)}}$ $\Rightarrow$ poměr střední kvadratické rychlosti pro dva různé plyny je roven odmocnině z podílu jejich molárních hmotností:

Ověření: $n = \sqrt{\frac{M(O_2)}{M(H_2)}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4$

Podle zadání můžeme výsledek ověřit dosazením hodnot z předchozích příkladů:

$n = \frac{v_{k(H_2)}}{v_{k(O_2)}} = \frac{1848}{462} = 3{,}996$ $\Rightarrow$ velmi dobrá shoda